1. EJERCICIOS

1. Calcular las siguientes integrales iteradas:

1. $\displaystyle\int_0^3 \int_1^2 x^2 y \, dy \, dx$
2. $\displaystyle\int_1^2 \int_0^3 x^2 y \, dx \, dy$
3. $\displaystyle\int_1^3 \int_0^1 (1 + 4xy) \, dx \, dy$
4. $\displaystyle\int_0^2 \int_0^{\pi/2} x \operatorname{sen} y \, dy \, dx$
5. $\displaystyle\int_1^4 \int_0^2 (x + \sqrt{y}) \, dx \, dy$
6. $\displaystyle\int_0^2 \int_0^1 (2x + y)^8 \, dx \, dy$
7. $\displaystyle\int_{-1}^1 \int_0^1 (x^4 y + y^2) \, dy \, dx$
8. $\displaystyle\int_0^1 \int_0^1 xye^{x+y} \, dy \, dx$
9. $\displaystyle\int_{-1}^0 \int_1^2 (-x \ln y) \, dy \, dx$
10. $\displaystyle\int_1^4 \int_1^2 \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) dy \, dx$
11. $\displaystyle\int_0^{\ln 2} \int_0^{\ln 5} e^{2x-y} \, dx \, dy$
12. $\displaystyle\int_0^1 \int_0^1 \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}} \, dy \, dx$

2. Calcular las siguientes integrales dobles:

1. $\int\int_R (6x^2y^3 - 5y^4) \, dA, \quad R = [0,3] \times [0,1]$
2. $\int\int_R \cos(x + 2y) \, dA, \quad R = [0,\pi] \times [0,\pi/2]$
3. $\int\int_R xye^{x^2 y} \, dA, \quad R = [0,1] \times [0,2]$
4. $\int\int_R \frac{x}{1+xy} \, dA, \quad R = [0,1] \times [0,1]$
5. $\int\int_R x^y \, dA, \quad R = [0,1] \times [0,1]$

3. Hallar el volumen del sólido acotado por el rectángulo $R = [0,1] \times [-2,3]$ y el plano $3x + 2y + z = 12$.

4. Calcular $\int\int_D (x^2 - y) \, dA$ siendo D la región comprendida entre las gráficas de las curvas $y = x^2$, $y = -x^2$ y las rectas $x = -2$ y $x = 2$.

5. Determinar $\int\int_D xy\,dA$ siendo D la región del primer cuadrante encerrada entre las parábolas $3y^2 = x$ e $y = x^2$.

6. Evaluar $\int\int_D xy\,dA$ con D la región acotada por la recta $y = x - 2$ y la parábola $y^2 = 2x + 4$.

7. Determinar el volumen del sólido comprendido entre el paraboloide elíptico $x^2/4 + y^2/9 + z = 1$ y el rectángulo $R = [-1, 1] \times [-2, 2]$.

8. Calcular $\int\int_R x^2y\,dA$ siendo R la región plana contenida en el cuadrado unidad $I = [0, 1] \times [0, 1]$ y acotada por las curvas $y = x^2$ e $y = x^4$. Hágase el cálculo variando el orden de integración.

9. Hallar el área del recinto E acotado por una elipse de semiejes a y b.

10. Hallar el área comprendida entre las circunferencias $x^2 + y^2 = 2x$ y $x^2 + y^2 = 4x$ y las rectas $y = x$ e $y = 0$.

11. La temperatura media de una placa situada en la región $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 25\}$ es $T_M = \frac{\int\int_D T(x,y)\,dA}{A(D)}$, con $T(x, y)$ la temperatura en grados centígrados correspondiente al punto (x, y) de la placa y $A(D)$ el área de la placa. Se supone que la temperatura es proporcional a su distancia al origen. Sabiendo que $T(1, 0) = 100$, hallar la temperatura media de la placa.

12. Evaluar $\int\int_R (3x + 4y^2)\,dA$ con R la región del semiplano superior acotada por los círculos $x^2 + y^2 = 1$ y $x^2 + y^2 = 4$.

13. Calcular el volumen del sólido acotado por el plano $z = 0$ y el paraboloide $z = 1 - x^2 - y^2$.

14. Calcular el volumen del sólido que se encuentra bajo el paraboloide $z = x^2 + y^2$, sobre el plano $z = 0$, y dentro del cilindro $x^2 + y^2 = 2x$.

15. Calcular las integrales

$$\int\int\int_B xyz^2\,dV \text{ y } \int\int\int_C (xz - y^3)\,dV$$

con $B = [0, 1] \times [-1, 2] \times [0, 3]$ y $C = [-1, 1] \times [0, 2] \times [0, 1]$.

16. Calcular la integral $\int\int\int_B z\,dV$ con B el tetraedro sólido acotado por los planos $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ y $x + y + z = 1$.

17. Evaluar $\int\int\int_B \sqrt{x^2 + z^2}\,dV$ con B la región sólida acotada por el paraboloide $y = x^2 + z^2$ y el plano $y = 4$.

18. Utilícese una integral triple para calcular el volumen de:

- El sólido acotado por la superficie $y = x^2$ y los planos $z = 0$, $z = 4$ e $y = 9$.
- La región sólida acotada por el cilindro $x^2+y^2 = 9$ y los planos $y+z = 5$ y $z = 1$.

19. Evaluar, utilizando coordenadas cilíndricas, la integral

$$\int_{-2}^{2} \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{2} (x^2 + y^2)\, dz\, dy\, dx$$

20. Hallar, utilizando coordenadas cilíndricas, el volumen del cuerpo limitado por las superficies $z = x^2 + y^2$ y $z = 2 - x^2 - y^2$.

21. Evaluar, utilizando coordenadas esféricas:

- $\int\int\int_B \left(e^{x^2+y^2+z^2}\right)^{3/2} dV$, siendo $B \subset \mathbb{R}^3$ la bola unidad.
- $\int\int\int_B xyz\, dV$, siendo $B \subset \mathbb{R}^3$ la región comprendida entre las esferas $\rho = 2$ y $\rho = 4$ y sobre el cono $\phi = \pi/3$.
- El volumen de la región sólida dentro de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, sobre el plano $z = 0$ y bajo el cono $z^2 = x^2 + y^2$.